

文章编号: 1000-7598-(2005) 09-1393-06

粒子群优化复合形法求解复杂土坡最小安全系数

李 亮, 迟世春, 林 皋

(大连理工大学 土木水利学院及海岸与近海工程国家重点实验室, 大连 116024)

摘 要: 为提高复合形法的寻优成功率, 对初始复合形以及第一次出现“最坏点映射失败”之复形的顶点进行变异粒子群优化算法操作, 搜索得到较优解, 并替换掉当前复形中的一个顶点。利用最大复形中心距替换准则, 产生新的复合形。对新的复形继续进行基本复合形法的计算, 构成了基于变异粒子群优化的改进复合形法。对两个复杂土坡的最小安全系数的搜索表明, 改进的复合形法具有较强的全局搜索能力。

关 键 词: 土坡稳定; 安全系数; 粒子群算法; 复合形法; 非均匀变异

中图分类号: TU 413; TB 115

文献识别码: A

Improved complex method based on particle swarm optimization algorithm and its application to slope stability analysis

LI Liang, CHI Shi-chun, LIN Gao

(State Key Laboratory of Coastal and Offshore Engineering, School of Civil & Hydraulic Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China)

Abstract: In order to increase the successful rate of the original complex optimization algorithm, the mutation particle swarm optimization (MPSO) calculation would be introduced for all design points of the initial complex and the current complex while the mapping of the bad design point was unsuccessful firstly. One of the design points is replaced by a point with quasi-optimum object function value that has been gotten by the MPSO based on the substitution rule of maximum complex central distance; and a new complex has been formed. The original complex optimization calculation would be continued with the new complex until the stopping criterion. The improved complex method is applied to searching minimum safety factors in two complex soil slopes; and the result has shown that the method is much more likely to locate the true minimum.

Key words: slope stability; safety factor; particle swarm optimization; complex method; non-uniformity mutation

1 引 言

极限平衡法仍然是目前土坡稳定性分析广泛采用的方法。该法的最大困难在于很难找出对应于最小安全系数的临界滑动面^[1]。对于均质边坡, 利用传统的搜索方法就可搜索到全局最小的安全系数。但对于非均质土坡及其地基, 由于土的力学性质及土层界面形状的复杂性, 可能存在多个局部极小的安全系数及滑动面, 寻找一种能快速、准确搜索到全局极小值的方法就显得特别重要。近年来肖专文^[2]等利用遗传算法、何则干^[3]利用遗传模拟退火算法、李守巨等^[4]用模拟退火算法、邹广电等^[5]用非线性规划等搜索算法来研究边坡的稳定性, 均取得了较好的效果。但遗传算法在搜索时, 存在早熟

收敛、计算量大等缺陷; 模拟退火算法在实际应用过程中由于很难保证退火充分而陷入局部极优。而复合形法是工程设计中较为常用的一种有约束的直接求解方法, 在迭代过程中有可能出现迭代失败现象, 这在复杂优化问题中尤其如此。从已发表的利用复合形法求解优化问题的文献中可以发现, 学者们大多利用基本的复合形法进行计算, 对可能出现的关于最坏点映射失败问题, 现有文献的处理方法显得较粗糙^[6, 7]。当复合形法在搜索过程中出现关于最坏点映射失败现象时, 笔者认为是算法陷入了局部极优。本文引入了 MPSO 来跳离局部极优, 形成了改进的复合形法 MCM, 它既保持了基本复合形法的高效、快速特点, 又能有效的调离局部极优。对复杂土坡最小安全系数搜索表明, MCM 具有很

强的全局搜索能力。

2 土坡最小安全系数搜索的优化模型

给定土坡剖面及土性力学参数后,任一圆弧滑动面就可由设计向量 $M=(X,Y,X_c)$ 唯一确定,其中, X , Y 分别为圆弧滑动面圆心的横坐标和纵坐标, X_c 为滑动面土坡滑出点的 x 坐标。其对应的抗滑稳定安全系数为 $S(M)$, 寻找最小安全系数的优化模型表述如下:

$$\begin{aligned} & \text{Minimize: } S(M) \\ & g(M) \leq 0; M_L \leq M \leq M_U \end{aligned} \quad (1)$$

式中 $g(M)$ 代表设计向量需满足的隐式约束条件,即由设计变量值确定的潜在滑动面要实际可行; M_L, M_U 表示设计变量的取值下、上限即区间约束,由 M_L, M_U 包围的空间为搜索域。为简单起见,采用瑞典条分法^[8]计算每一潜在滑动面的抗滑稳定安全系数:

$$S(M) = \frac{\sum_{i=1}^N (c_i l_i + \gamma_i b_i h_i \cos \alpha_i \tan \phi_i)}{\sum_{i=1}^N \gamma_i b_i h_i \sin \alpha_i} \quad (2)$$

式中 N 为条分数目; c_i 为滑动面上土层的粘聚力; l_i 为第 i 土条滑动面的弧长; γ_i 为土的重度; b_i, h_i 分别为土条的宽度和平均高度; α_i 为第 i 土条滑动面法线与竖直线的夹角; ϕ_i 为滑动面上土层的内摩擦角。

滑动面安全系数计算模型及设计变量示意图如图 1 所示。

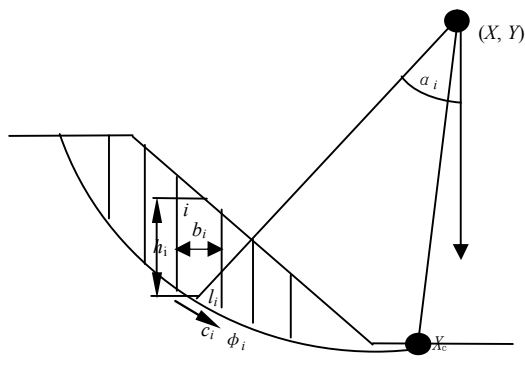


图 1 滑动面安全系数计算模型及设计变量示意图
Fig.1 Sketch of computing model of safety factor of potential failure surface and design variables

3 基本复合形法

复合形法是在单纯形法的基础上发展起来的,

它是在 n 维受约束的设计空间内由 k ($n+1 \leq k \leq 2n$) 个顶点构成多面体(复形),然后对复形顶点的函数值逐一进行比较,不断丢掉函数值最劣的顶点,代之以满足约束条件且函数值有所改善的新顶点,如此重复,逐步逼近最优点。图 2 中示出了基本复合形法的计算流程图。由图可见,基本复合形法主要由初始复形的产生、最坏点映射的收缩、终止准则三部分构成。对式(1)所述优化模型($n=3$)而言,随机生成的 $k=6$ 个顶点为 $M_1, M_2, \dots, M_6$,基本复合形法中将目标函数值最大的顶点 M_b 视为最坏点 b ,其余各顶点的中心点 o 由下式产生:

$$M_o = \frac{1}{k-1} \sum_{i=1, i \neq b}^k M_i \quad (3)$$

$$M_r = M_o + \alpha(M_o - M_b) \quad (4)$$

式(4)为寻找改善点 r 的公式, α 为映射系数,其初值 α_{ini} 一般取为 1.3,然后不断减半(收缩)直至搜索到改善点。若当 $\alpha < \xi$ ($\xi=10^{-5}$) 时,依然没有找到改善点,则称“关于最坏点映射失败”。终止准则为顶点中目标函数值最大、最小的差值小于 ε ($\varepsilon=10^{-3}$)。

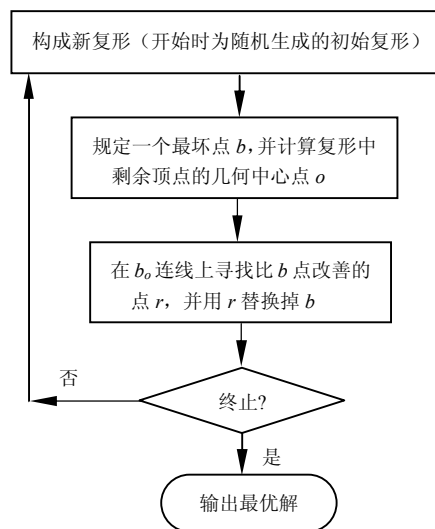


图 2 基本复合形法流程图
Fig.2 Flow chart for basic complex method

当出现“关于最坏点映射失败”时,解决的办法通常是利用次坏点来代替最坏点重新进行计算。但是如何具体实施,文献[6, 7]中都没有详示。本文通过增设计数器 num 来实施,程序开始时赋计数器 $num=1$,规定目标函数值第 num 大的顶点为最坏点 b ,该顶点的目标函数值在所有顶点中按降序排第 num 位。若“关于最坏点映射失败”,则

$num = num + 1$, 重新规定最坏点 b , 若找到改善点则还原 $num = 1$, 若依然没有找到改善点, 则 $num = num + 1$, 依次进行至 $num > k$, 输出最优计算结束。

4 变异粒子群优化算法(Mutate Particle Swarm Optimization)

粒子群优化算法(PSO)最早由 Kennedy 和 Eberhart 于 1995 年提出^[9], 其基本概念源于对鸟群捕食行为的研究。在 PSO 中, 每个优化问题的潜在解都是搜索空间中的一只鸟, 称之为“粒子”。所有的粒子都有一个由优化问题决定的适应值及一个速度来决定它飞行的方向和距离。PSO 初始化为一群随机粒子, 可通过迭代找到最优解。在每一次迭代中, 粒子通过跟踪两个“极值”来更新自己。第一个就是粒子本身所找到的最优解, 称之为个体极值 $pbest$; 另一个极值就是整个粒子群目前找到的最优解, 称之为全局极值 $gbest$ 。

4.1 基本粒子群优化算法

在一个 n 维的目标搜索空间中, 有 m 个粒子组成一个群落, 第 i 个粒子的位置为一个 n 维的向量 $M_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in}), i=1, 2, \dots, m$ 。根据优化问题的目标函数就可确定该粒子的适应值大小。第 i 个粒子的“飞翔”速度也是一个 n 维向量, 记为 $V_i = (v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{in})$, 第 i 个粒子的 $pbest$ 记为 $P_i = (p_{i1}, p_{i2}, \dots, p_{in}), i=1, \dots, m$ 。全局极值 $gbest$ 记为 $P_g = (p_{g1}, p_{g2}, \dots, p_{gn})$, Kennedy 和 Eberhart 最早提出的 PSO 算法采用下列公式对粒子进行操作:

$$v_{ij} = v_{ij} + c_1 r_1 (p_{ij} - x_{ij}) + c_2 r_2 (p_{gj} - x_{ij}) \quad (5)$$

$$x_{ij} = x_{ij} + v_{ij} \quad (6)$$

式中 $i=1, 2, \dots, m; j=1, 2, \dots, n$ 。学习因子 c_1 和 c_2 是非负常数; r_1 和 r_2 是介于 $[0, 1]$ 之间的随机数。迭代终止条件根据具体问题一般取为最大迭代次数或粒子群迄今为止搜索到的最优位置满足预定最小阈值。由式 (5)、式 (6) 构成的 PSO 算法称为全局 PSO 算法, 全局版 PSO 算法收敛速度快, 但有时会陷入局部极优, 有学者对式 (5) 进行了改进:

$$v_{ij} = w v_{ij} + c_1 r_1 (p_{ij} - x_{ij}) + c_2 r_2 (p_{gj} - x_{ij}) \quad (7)$$

式中 w 为非负数, 称为惯性因子。惯性因子对算法的全局收敛有重要影响, 一般较大的 w 值有利于跳出局部极小点, 较小的 w 值则有利于算法收敛, 目前, 已经提出了自适应策略调整 w 值, 即随着迭代的进行, 线性地减小 w 的值, 但其效果不一定好,

为此本文将变异算子引入到基本粒子群算法中来, 形成了如下具有变异特征的 PSO 算法。

4.2 具有变异特征的 PSO 算法

变异算子采用非均匀变异算子^[10]:

$$x'_{ij} = \begin{cases} x_{ij} + \Delta(t, U_{jmax} - x_{ij}) & (random(0,1) = 0) \\ x_{ij} - \Delta(t, x_{ij} - U_{jmin}) & (random(0,1) = 1) \end{cases} \quad (8)$$

$$i=1, 2, \dots, m; j=1, 2, \dots, n$$

式中 U_{jmax} , U_{jmin} 为第 j 个变量的最大值和最小值。

$$\Delta(t, y) = y(1 - r^{(1-t/T)^d}) \quad (9)$$

式中 r 为 $[0, 1]$ 范围内符合均匀概率分布的一个随机数; T 为最大进化代数; d 为一个系统参数, 通常取 $d = 2$ 。对式 (1) 所述的优化问题, 变异粒子群优化算法 $n=3, m=6, c_1=c_2=2.0$, 计算步骤如下:

(1) 根据给定的粒子数 m , 在优化问题的可行域内随机的产生 m 个粒子, 并给定 w 值;

(2) 将粒子代入求解安全系数的式 (2), 得到每个粒子的目标函数值;

(3) 对每个粒子进行非均匀变异得到变异的粒子, 判断变异后的粒子的目标函数值是否小于变异前的粒子, 是, 则替换掉; 否则, 保持原来的粒子不变;

(4) 求出每个粒子的 $pbest$ 和整个粒子群的 $gbest$;

(5) 根据式 (6) 和式 (7) 对每个粒子的位置向量和速度向量进行更新;

(6) 收敛条件判断, 若迭代次数达到预定的次数或连续几次群体最优值 $gbest$ 不再变化, 则停止迭代并输出群体最优值; 否则转步骤 (3) 继续迭代。需说明的是, 在步骤 (5) 中对粒子的位置向量进行更新时, 若向量中某元素超过其界限时, 就取为其界限。

4.3 三种 PSO 算法的性能比较

非均质土坡 S1 的剖面^[4]及土性材料参数见图 3。圆心横坐标 X 、圆心纵坐标 Y 、坡角滑出点的横坐标 X_c 的搜索范围分别为: $[10, 90]$, $[10, 80]$, $[28, 58]$ 。由程序随机产生 10 组粒子群, 每组 6 个粒子, 分别利用基本 PSO 算法、自适应 PSO 算法及 MPSO 算法对 S1 土坡的最小安全系数进行搜索, 计算结果见表 1。多组粒子群计算的最小安全系数为 $K_{min}=1.35$, 若 $|s_i - 1.35|/1.35 \leq \xi$, 则称第 i 个粒子群寻优成功。 s_i 为第 i 个粒子群搜索到的最优值; ξ

为给定的阈值。定义寻优成功率 η = 寻优成功的粒子群数/总粒子群数。当 $\xi = 0.05$ 时, 由表 1 中可见, 基本 PSO 算法的寻优成功率为 0 %, 自适应 PSO 算法的寻优成功率为 40 %, 变异 PSO 算法的寻优成功率为 60 %。可见 MPSO 算法比基本 PSO 及自适应 PSO 有较好的寻优能力。

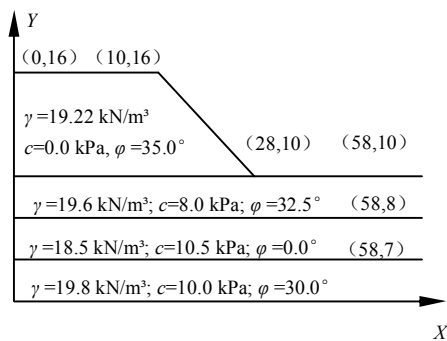


图 3 S1 边坡剖面示意图及土性参数

Fig.3 Sketch of the cross-section and soil properties of slope S1

表 1 三种 PSO 算法的比较
Table 1 Comparisons among three PSO methods

算法	组别										η / %
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
基本 PSO ($w=0.5$)	2.13	2.13	1.48	2.14	1.54	1.91	2.22	2.15	1.73	1.54	0
自适应 PSO	2.14	2.13	1.42	1.39	1.40	1.62	2.14	2.12	2.12	1.36	40
MPSO ($w=0.5$)	1.37	1.43	1.41	1.36	1.72	1.36	1.41	1.51	1.49	1.37	60

5 改进的复合形法

复合形法本质上是一种局部搜索算法, 应该联合其它较为简单的搜索算法为其指明方向。本文利用 MPSO 能简单快速找到准最优解的特点为复合形法指出方向, 来构造改进复合形的全局搜索方法, 并且取得了良好的效果。

5.1 最大中心距替换准则

导致基本复合形法全局搜索能力不强的原因在于某一特定搜索域内随机生成的复形或计算过程中构成的新复形所包围的域不够大, 即复形中心点到各个复形顶点的海明距离之和不够大。定义复形中心点到各个复形顶点的海明距离之和为复形中心距。若能将 MPSO 求解到的较优解替换掉复形中的一个顶点使复形的中心距最大, 这样修正后复形的搜索能力会有提高。两个顶点之间的海明距离由下式确定, 设 M_i 和 M_j 表示复形两个顶点, 则这两个顶点之间的海明距离定义如下:

$$\|M_i - M_j\| = \sqrt{\sum_{m=1}^n (x_{im} - x_{jm})^2} \quad (10)$$

基于最大复形中心距的替换准则为: (1) 将当

前复形 6 个顶点逐一替换为 MPSO 求解到的较优解, 而保持其它 5 个顶点不变构成 6 个新的复形;

(2) 计算 6 个新复形的中心距, 中心距最大的复形即为下次迭代之复形。为验证最大中心距替换准则的可行性, 对 S1 土坡圆心横坐标 X 、纵坐标 Y 、坡脚滑出点横坐标 X_c 的取值范围分别设定为 $[10,90]$, $[10,80]$, $[28,58]$ 。由程序随机生成 20 组复形, 每组 6 个顶点。利用基本复合形法 ($\alpha_{mi}=1.3$) 对 S1 最小安全系数进行了搜索, 以每组复形能搜索到的最优解为纵坐标, 以每组复形的初始复形中心距为横坐标绘制散点图, 如图 4。可见随着初始复形中心距的增大, 所能搜索到的最优解就越好。安全系数 2.0 以下的最优解所对应的初始复形中心距基本都大于 95。这说明初始复形中心距越大, 算法的收敛性就越好, 因此本文提出的替换准则是可行的。

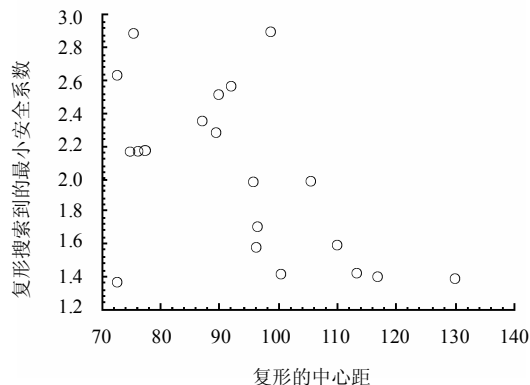


图 4 最优解与复形中心距关系图

Fig.4 Optimum scatter points versus complex central distance

5.2 改进的复合形法 MCM

对于随机生成的任一初始复形, 可将其顶点看成粒子群优化算法中的粒子进行 MPSO 的计算, 得到较优解, 并根据最大复形中心距替换准则构成新的复形, 即完成第一次替换, 然后继续进行基本复合形法的计算。当基本复合形法在计算过程中出现“关于最坏点映射失败”时, 认为算法已陷入局部极优, 此时再次将当前复合形的顶点看成粒子群优化算法中的粒子进行 MPSO 的计算, 同理进行第二次替换, 依次进行, 构成了改进的复合形法 MCM, 其流程如图 5 所示。需要说明的一点是, 在第一次出现“关于最坏点映射失败”时, 对复合形的顶点进行变异粒子群优化计算 (MPSO), 若复形顶点比较集中时, 变异粒子群优化算法由于其趋同性^[11]导致顶点很快收敛到复形的最好点, 此时就应该只保留最好点, 再随机生成其它各个顶点, 并进行 MPSO 计算。

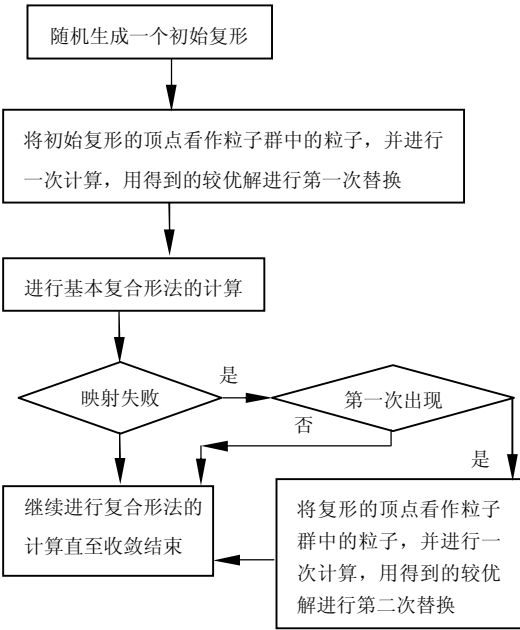


图 5 改进复合形法的流程图
Fig.5 Flow chart of modified complex method

5.3 算例

给出另一个非均质土坡 S2 的计算实例^[2]，其土坡剖面及土性力学参数见图 6 所示，给出圆心横坐标 X 、纵坐标 Y 、坡角滑出点的横坐标 X_c 的搜索范围分别为： $[0,80]$ ， $[0,70]$ ， $[25,45]$ ，由程序随机产生 10 组粒子群（每组 6 个顶点），多组粒子群计算的最小安全系数为 $K_{\min}=1.30$ 。对于两个非均质土坡 S1，S2，采用相同的初始粒子群（初始复形）分别采用基本复合形法、MPSO 和 MCM 对 S1，S2 两土坡的最小安全系数进行了搜索，结果分别示于表 2、表 3。对于 S1 土坡，惯性因子 w 分别取 0.5，0.3，0.1 时，MPSO 和 MCM 寻优成功率的比较见表 4。对于 S2 土坡，惯性因子 w 分别取 0.5，0.3，0.1 时，MPSO 和 MCM 寻优成功率的比较见表 5。首先，由表 2、表 3 可以看出，基本复合形法搜索到的最优解均比 MCM 的差。由表 4、表 5 中数据可以看出：对于特定的 w ，无论 ξ 取多少，MCM 的寻优成功率均比 MPSO 高， ξ 越小，高出的程度就越大，这说明 MCM 全局搜索能力比 MPSO 强，MPSO 只是一种快速找到较优解的算法。对于特定的 ξ ，两种方法对 w 的依赖性可以从其寻优成功率的标准差 σ 来反映，由表 4、表 5（表中最后一行为不同 ξ 下的标准差，记为 σ ）可见，MCM 对 w 的依赖性明显比 MPSO 减弱，这不仅从一方面体现了 MCM 的全局搜索能力而且也便于算法中 w 的确定。仅仅在 S1 土坡中当 $\xi=1\%$ 时 MCM 的标准差 σ 比

MPSO 的大，这是因为阈值 ξ 越小，只有全局搜索能力强的算法才能具有较高的寻优成功率，而 MPSO 仅仅可以快速搜索到较优解，当 $\xi=1\%$ 时， w 值的变化并不能提高 MPSO 的寻优成功率，所以导致了较小的 σ ，但是其寻优成功率比 MCM 低 50 %~80 %之多。

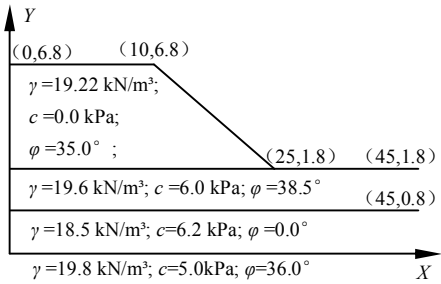


图 6 S2 边坡的剖面示意图及土性参数
Fig.6 Sketch of cross-section and soil properties of slope S2

表 2 S1 的计算结果 Table 2 Results for slope S1							
复形 (粒子群)	基本复合形法	MPSO			MCM ($\alpha_{ini}=1.3$)		
	$\alpha_{ini}=1.3$	$w=0.5$	$w=0.3$	$w=0.1$	$w=0.5$	$w=0.3$	$w=0.1$
1	1.57	1.37	2.14	1.36	1.35	2.15	1.35
2	2.15	1.43	1.38	1.38	1.38	1.36	1.36
3	1.41	1.41	1.42	1.50	1.41	1.36	1.35
4	1.38	1.36	1.36	1.47	1.35	1.35	1.35
5	1.41	1.72	1.35	1.43	1.36	1.35	1.35
6	1.38	1.36	1.38	1.44	1.35	1.36	1.35
7	2.16	1.41	1.37	1.36	1.38	1.36	1.35
8	2.23	1.51	2.14	1.45	1.36	2.14	1.35
9	1.38	1.49	1.36	1.41	1.35	1.36	1.35
10	1.35	1.37	1.38	1.38	1.36	1.36	1.36

表 3 S2 的计算结果 Table 3 Results for slope S2							
复形 (粒子群)	基本复合形法	MPSO			MCM ($\alpha_{ini}=1.3$)		
	$\alpha_{ini}=1.3$	$w=0.5$	$w=0.3$	$w=0.1$	$w=0.5$	$w=0.3$	$w=0.1$
1	1.45	1.38	1.33	1.37	1.30	1.31	1.31
2	2.77	1.43	1.41	1.33	1.30	1.31	1.30
3	2.16	1.38	1.33	1.71	1.30	1.31	1.30
4	1.34	1.31	1.37	1.35	1.30	1.34	1.31
5	1.30	1.31	1.39	1.34	1.30	1.30	1.30
6	2.16	1.40	1.42	1.31	1.30	1.31	1.31
7	2.17	1.30	1.31	1.55	1.30	1.30	1.30
8	1.30	1.37	1.37	1.60	1.30	1.30	1.30
9	1.30	1.32	1.41	1.41	1.30	1.30	1.30
10	1.31	1.40	1.49	1.35	1.30	1.30	1.31

表 4 S1 边坡寻优成功率比较(单位: %) Table 4 Comparison of percent of successful run for slope S1 (unit: %)						
w	MPSO			MCM ($\alpha_{ini}=1.3$)		
	1 %	3 %	5 %	1 %	3 %	5 %
0.1	20	40	50	100	100	100
0.3	30	70	80	80	80	80
0.5	20	40	60	70	90	100
σ	4.7	14.1	12.4	12.4	8.1	9.4

表 5 S2 边坡寻优成功率比较(单位: %)
Table 5 Comparison of percent of successful
run for slope S2 (unit: %)

w	MPSO			MCM ($\alpha_{mi}=1.3$)		
	1 %	3 %	5 %	1 %	3 %	5 %
0.1	10	30	50	100	100	100
0.3	10	30	30	90	100	100
0.5	30	40	40	100	100	100
σ	9.4	4.7	8.1	4.7	0.0	0.0

6 结 语

复合形法是工程设计中较为常用的一种有约束的直接求解方法。但基本复合形法搜索到的最优值往往取决于初始复形, 对于随机产生的初始复形, 该法容易发生“映射点失败现象”, 即优化陷入了局部极优, 从而导致其寻优成功率较低。

为提高复合形法的寻优成功率, 计算中对初始复形以及第一次出现“最坏点映射失败”之复形的顶点进行非均匀的变异粒子群优化, 得到较优解, 并替换原复形顶点。基于最大复合形中心距替换准则, 选择下次迭代之复合形, 并依次进行直到满足精度为止。从而构成了基于变异粒子群优化算法的改进复合形法, 可使基本复合形法跳出局部极优。

通过对两个复杂土坡最小安全系数的搜索表明, 基于变异粒子群优化的改进复合形法, 其全局搜索能力比基本复合形法、基本粒子群优化算法以及 MPSO 均有了较大的提高。

参 考 文 献

- [1] 朱大勇. 边坡临界滑动场及其数值模拟[J]. 岩土工程学报, 1997, 19(1): 63—69.
ZHU Da-yong. The critical slip field of the slope and its numerical simulation[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 1997, 19(1): 63—69.
- [2] 肖专文, 张奇志, 顾兆岑, 等. 边坡最小安全系数的遗传算法[J]. 沈阳建筑工程学院学报, 1996, 12(2): 144—147.
XIAO Zhuan-wen, ZHANG Qi-zhi, GU Zhao-cen, et al. Genetic algorithm of the minimum safety factor for slopes[J]. *Journal of Shenyang Architectural and Civil Engineering Institute*, 1996, 12(2): 144—147.
- [3] 何则干, 陈胜宏. 遗传模拟退火算法在边坡稳定分析中的应用[J]. 岩土力学, 2004, 25 (2): 316-319.
HE Ze-gan, CHEN Sheng-hong. Application of mixed genetic-simulated annealing algorithms to slope stability analysis[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2004, 25(2): 316—319.
- [4] 李守巨, 刘迎曦, 何翔, 等. 基于模拟退火算法的边坡最小安全系数全局搜索方法[J]. 岩石力学与工程学报, 2003, 22(2): 236—240.
LI Shou-ju, LIU Ying-xi, HE Xiang, et al. Global search algorithm of minimum safety factor for slope stability analysis based on annealing simulation[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2003, 22(2): 236—240.
- [5] 邹广电. 边坡稳定分析的一个全局优化算法[J]. 岩土工程学报, 2002, 24(3): 309—312.
ZOU Guang-dian. A global optimization method of the slice method for slope stability analysis[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2002, 24(3): 309—312.
- [6] 陈刚, 张林, 陈健康, 等. 复合形法在拱坝结构可靠度分析中的应用[J]. 水利学报, 2003, (2): 98—101.
CHEN Gang, ZHANG Lin, CHEN Jian-kang, et al. Application of the complex method to reliability analysis for arch dams[J]. *Journal of Hydraulic Engineering*, 2003, (2): 98—101.
- [7] 张永生, 赵宝玉, 孙福德, 等. 用复合形法计算土坡稳定性[J]. 黑龙江水专学报, 1997, (4): 49—52.
ZHANG Yong-sheng, ZHAO Bao-yu, SUN Fu-de, et al. The calculation of earth slope stability by using the complex method[J]. *Journal of Heilongjiang College of Hydraulic Engineering*, 1997, (4): 49—52.
- [8] 潘家铮. 建筑物的抗滑稳定和滑坡分析[M]. 北京: 水利出版社, 1980, 25—28.
- [9] Kennedy J, Eberhart R. Particle swarm optimization[A]. *International conference on Neural Networks*[C]. New Jersey: IEEE Service Center, Piscataway, 1995. 1 942—1 948.
- [10] 周明, 孙树栋. 遗传算法原理及应用[M]. 北京: 国防工业出版社, 2001. 172—173.
- [11] 王岁花, 冯乃勤, 李爱国, 等. 一类新颖的粒子群优化算法[J]. 计算机工程与应用, 2003, (13): 109—134.
WANG Sui-hua, FENG Nai-qin, LI Ai-guo, et al. A novel particle swarm optimization algorithm[J]. *Computer Engineering and Application*, 2003, (13): 109—111.